

Capitolo 4

CALCOLO DELLE SEZIONI

4.1 Trazione

Il comportamento sotto carico crescente di un pezzo di acciaio è ricavabile dalla prova a trazione effettuata con apposite macchine (es. macchina ‘universale’). Il provino rimane in campo elastico sotto carichi limitati; ad un certo carico si ha lo snervamento, caratterizzato dal ‘cedimento’ di una sezione, che si ‘restringe’, si plasticizza e conduce alla rottura per trazione del provino.

La crisi a trazione si fa coincidere con il raggiungimento della tensione di plasticizzazione della sezione del pezzo strutturale.

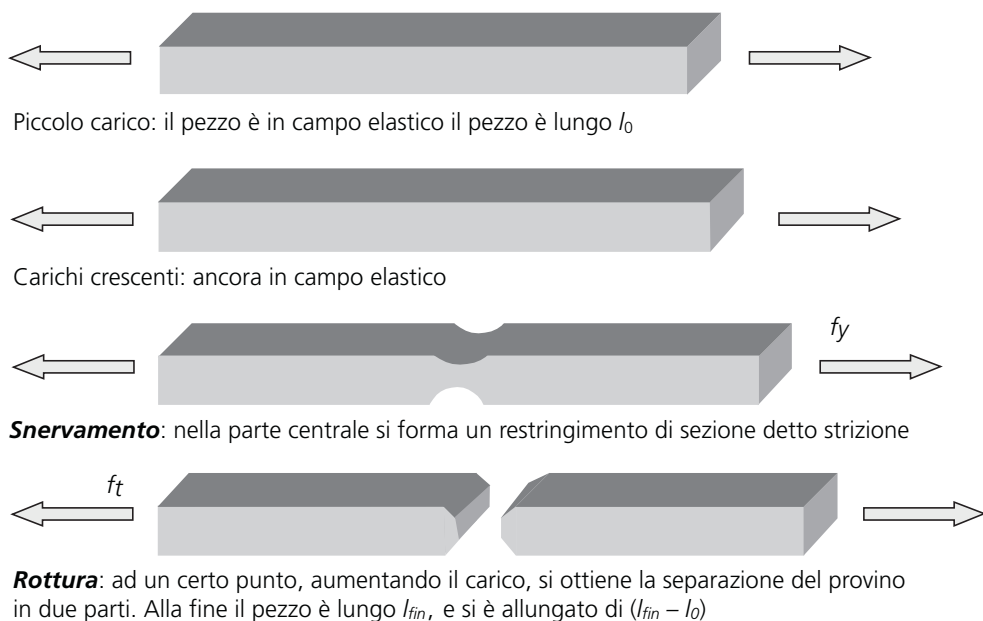


Figura 4.1 Prova a trazione.

In figura viene illustrato il diagramma, detto legame costitutivo.

Con carichi ridotti il provino rimane in campo elastico, con un tratto lineare. In questo campo si ha perfetta proporzionalità tra tensioni e deformazioni; qualora si scarichi, il pezzo ritorna esattamente alla lunghezza iniziale.

Oltre una certa tensione il diagramma curva, uscendo dal campo perfettamente elastico. Al formarsi della strizione citata nello schematico esempio di provino a trazione, si rag-

giunge lo snervamento, accompagnato da deformazioni molto evidenti, che permangono anche qualora si scarichi il pezzo, recuperando solo la deformazione elastica.

Oltre lo snervamento, si ha un leggero aumento di resistenza connesso all'incrudimento del pezzo elasticizzato, e successivamente si raggiunge la rottura.

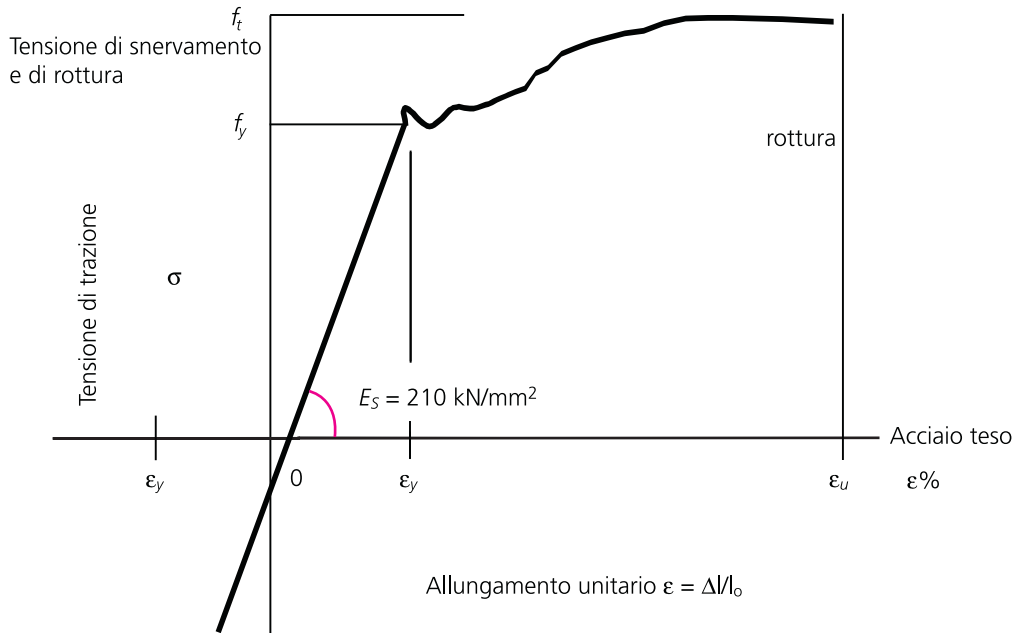


Figura 4.2 Legame tensione-deformazione per elemento teso.

4.1.1 Asta soggetta a trazione

In questo paragrafo si illustra la verifica e il dimensionamento di un'asta soggetta a trazione; La sezione è sollecitata da una forza di trazione detta 'di progetto' indicata con il simbolo N_{sd} indotta dalla combinazione di carico eccezionale ($1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q$), caratteristica della verifica allo stato limite ultimo.



Figura 4.3 Elemento teso.

Per le membrature soggette a trazione assiale, la verifica consiste nel controllare che la forza massima di trazione che sollecita la sezione allo stato limite ultimo, calcolata sotto la combinazione di carichi eccezionali N_{sd} sia minore della forza di plasticizzazione di calcolo della sezione stessa, ovvero la forza che porta alla 'crisi' le fibre della sezione. La forza di trazione di plasticizzazione è il prodotto dell'area per la tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio in questione.

Verifica asta a trazione

$$N_{sd} \leq N_{Rd} = N_{pl} = A \cdot f_{yd}$$

Si controlla che la forza sollecitante di calcolo sia minore della forza di plasticizzazione di calcolo.

La sollecitazione di calcolo è quella indicata come probabile in condizioni di carico eccezionali; la forza plasticizzante vera viene divisa per il coefficiente di sicurezza del materiale, pari a 1,1.

Per sezioni con fori l'area della sezione verrà considerata pari a 0,9 A netta, calcolata al netto dei fori.

Esempio: tirante con barra a sezione quadrata di 20 mm di lato, acciaio S235.

$$\text{Verifica } N_{sd} = 60 \text{ kN} = 6000 \text{ daN}$$

$$N_{Rd} = A \cdot f_{yd} = 4 \cdot 2130 = 8520 \text{ daN}$$

$$N_{Rd} \geq N_{sd}$$

(verificato) poiché $8520 \geq 6000$

Dimensionamento di una sezione tesa

Si ricerca l'area della sezione in grado di sopportare una sollecitazione di trazione di progetto N_{sd}

L'area minima si calcola con la formula inversa $A_{\min} = N_{sd} / f_{yd}$

Esempio: con $N_{sd} = 6000 \text{ daN}$ si ottiene $A_{\min} = N_{sd} / 2130 = 2,8 \text{ cm}^2$

Volendo dimensionare un tirante con tale sollecitazione di calcolo allo SLU si otterrebbe una barra a sezione quadrata di lato min = 1,68 cm.

Per una sezione nella quale siano stati fatti dei fori (come avviene per i collegamenti bullonati o chiodati), la verifica viene effettuata nella sezione trasversale in corrispondenza dei fori. La forza normale di trazione viene correlata alla sezione calcolata detraendo i fori, ovvero all'area netta. Per la sezione in cui siano stati fatti dei fori, le risultanze sperimentali suggeriscono di far riferimento alla tensione di rottura f_u , invece che allo snervamento. Il fenomeno del cedimento della sezione, per la sezione con fori, è condizionato dall'incrudimento della stessa, che giustifica il cambiamento del parametro di riferimento.

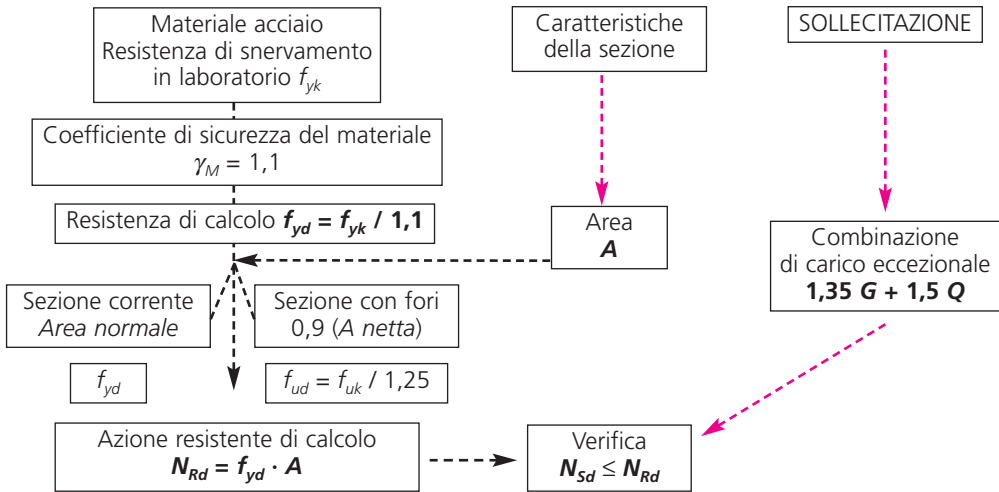
Verifica di una sezione con fori:

$$N_{sd} \leq N_{Rd} = N_u = 0,9 \cdot A_{net} \cdot f_u / 1,25$$

In sintesi in generale si confronterà la forza di trazione sollecitante di calcolo con il minimo tra le forze normali resistenti, valutate facendo riferimento alle due formule citate.

La prima verifica fa riferimento alla crisi per plasticizzazione della sezione, mentre la seconda si riferisce alla crisi per rottura della sezione ridotta a causa dei fori del collegamento e interessata da fenomeni di incrudimento localizzati nell'intorno della sezione forata.

4.1.2 Diagramma di flusso logico da seguire



4.2 Compressione e carico di punta

par. 5.5.1 EC3.1



Figura 4.4

Per le membrature ad asse rettilineo soggette a compressione assiale con sezione costante, la verifica consiste nel controllare che la forza massima di compressione che sollecita la sezione allo stato limite ultimo, calcolata sotto la combinazione di carichi eccezionali N_{Sd} , sia minore non solo della forza di plasticizzazione di calcolo connessa con la sezione stessa, ma anche e soprattutto sia minore (condizione sempre più gravosa) della forza che porta al collasso per carico di punta l'asta compressa.

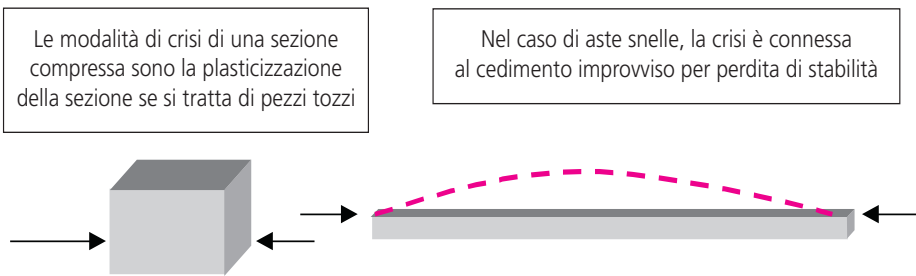


Figura 4.5 Asta compressa.

Quando un'asta è snella, il carico che la porta al collasso può essere sensibilmente più piccolo di quello che la porterebbe alla plasticizzazione.

Il carico di collasso per carico di punta si riduce al crescere dell'esilità dell'asta, quantificata dalla snellezza, che dipende dalla resistenza alla rotazione della sezione trasversale e dalla lunghezza dell'asta, nonché dal modo in cui l'asta stessa è vincolata.

Nel seguito si fa riferimento ad un'asta a sezione costante.

Il metodo in oggetto consiste nel trovare il coefficiente riduttivo del carico massimo sopportabile allo stato limite ultimo dall'asta in questione. Noto tale coefficiente si controlla che il carico massimo, valutato sotto la combinazione eccezionale di carichi associata allo SLU, non superi il massimo carico sopportabile dall'asta.

Con la verifica si controlla in sintesi che:

$$N_{Sd} \leq N_{bRd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd}$$

in cui χ è un coefficiente di riduzione ricavabile dal prospetto 5.5.2 di EC3 in funzione della snellezza dell'asta. Per aste tozze, ovvero con snellezza ridotte, il coefficiente è pari a 1 poiché la crisi coincide con la plasticizzazione per schiacciamento dell'asta.

Per le sezioni classe 1, 2, 3 la formula è esatta.

Per le sezioni di classe 4 N_{bRd} deve essere ridotto del coefficiente $\beta_A = A_{eff} / A$ per cui $N_{bRd} = \chi A \cdot f_{yd} \cdot \beta_A$. La zona efficace di un elemento compresso interno è per l'area efficace, si rimanda a 5.3.1.

La snellezza $\lambda = l_0 / i_{min}$ è pari al rapporto tra la lunghezza libera di inflessione e il raggio minimo d'inerzia, che risulta essere uguale alla lunghezza del semiasse minore dell'ellisse d'inerzia, ricavabile dalle tabelle dei profilati o valutabile come la radice quadrata del rapporto tra il momento di inerzia minimo della sezione rispetto a un asse baricentrico e l'area della sezione stessa.

È opportuno che $\lambda_{max} \leq 150$ per i pilastri principali

$\lambda_{max} \leq 250$ per strutture compresse secondarie.

La lunghezza di libera di inflessione si può intendere come la lunghezza ideale di un arco inserito nella deformata dell'asta al momento del cedimento per instabilità.

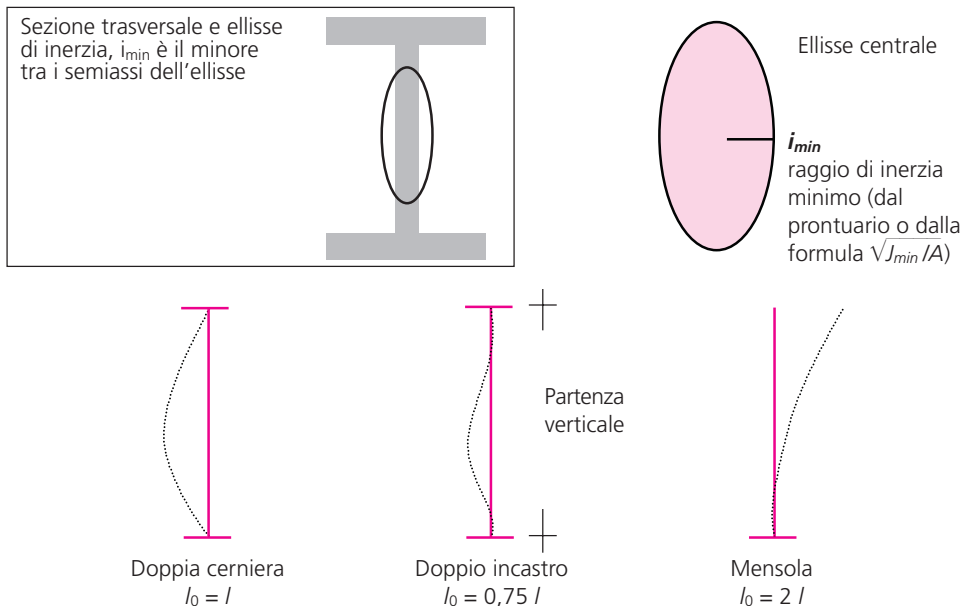


Figura 4.6

$l_0 = l$ per asta con cerniere alle due estremità

$l_0 = 0,75 \cdot l$ per asta con incastri alle due estremità

$l_0 = 2l$ per asta a mensola con un solo incastro

nella tabella si entra con la snellezza adimensionale così definita e variabile a seconda del tipo di acciaio ($\underline{\lambda}$ e $\bar{\lambda}$ sono nel testo equivalenti):

$$\underline{\lambda} = \lambda / \lambda_1$$

$\underline{\lambda} = \lambda / 93,9$ per Fe 360 S235

$\underline{\lambda} = \lambda / 86,8$ per Fe 430 S275

$\underline{\lambda} = \lambda / 76,4$ per Fe 510 S355

Il valore della snellezza adimensionale si calcola dividendo il valore della snellezza per la snellezza critica λ_1 , variabile con il tipo di acciaio.

$$\lambda_1 = \pi (E / f_y)^{0,5}$$

$\lambda_1 = 93,9$ per Fe 360 con $f_{yk} = 235 \text{ N/mm}^2$

$\lambda_1 = 86,8$ per Fe 430 con $f_{yk} = 275 \text{ N/mm}^2$

$\lambda_1 = 76,4$ per Fe 510 con $f_{yk} = 355 \text{ N/mm}^2$

Del tipo di acciaio si tiene conto tramite la sua tensione di snervamento f_y .

Nella tabella si riscontrano 4 colonne riferentesi rispettivamente a 4 modi di comportarsi dei profili sotto carico di punta, comportamento di cui si tiene conto facendo di volta in volta riferimento a 4 curve di comportamento contrassegnate dalle prime 4 lettere dell'alfabeto.

Per gli IPE si fa riferimento alla colonna *b* mentre per gli HE si fa riferimento alla colonna *c*.

4.2.1 Procedimento analitico per il calcolo del coefficiente χ

Si valuta dalla tabella riportata in seguito la curva di riferimento:

- la curva di instabilità di riferimento è una tra le **a b c d**;
- ad ogni profilo viene associata una curva di riferimento a seconda del suo comportamento a carico di punta;
- a seconda della curva di riferimento si ricava il coefficiente di imperfezione α ,

α	curva di riferimento	tipo di profilo
0,21	a	
0,34	b	profili IPE
0,49	c	profili HE, L, U
0,79	d	

a questo punto posso calcolare il coefficiente φ $\varphi = 0,5 (1 + \alpha (\underline{\lambda} - 0,2) + \underline{\lambda}^2)$

trovo infine il coefficiente cercato dalla relazione $\chi = 1 / (\varphi + (\varphi^2 - \underline{\lambda}^2)^{0,5})$

4.2.2 Metodo tabellare

Senza ricorrere al calcolo del coefficiente, si può ricavare il coefficiente *c* utilizzando la tabella riportata in seguito, nella quale si entra con la curva di riferimento *a b c d* e con la snellezza adimensionale $\underline{\lambda}$.

$\underline{\lambda}$	a	b (IPE)	C (HE)	d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2282
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

Prospetto
coefficienti
di riduzione χ
per curve
di instabilità

Prosp. 5.5.2 EC3.1

4.2.3 Esempio per carico di punta con l'utilizzo di tabelle



Figura 4.7 Elemento compresso.

Verifica a compressione di carico di punta di un profilo HEA 300:

$$N_d = 1000 \text{ daN}$$

Asta incernierata agli estremi

$$N_{Sd} \leq N_{bRd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd}$$

$$l_o = 400 \text{ cm}$$

calcolo la snellezza $\lambda = 400 / 7,49 = 53,4$;

trovo la snellezza dimensionale: $\underline{\lambda} = \lambda / 93,9$ per Fe 360 (S235)

$\underline{\lambda} = 0,57$; dalla tabella trovo, nella colonna c, il valore con acciaio

$\chi = 0,8$ ottenuto interpolando tra 0,7854 per 0,6 e 0,843 per 0,5

con acciaio Fe 360 (S235), si ricava

$N_{bRd} = 0,8 \cdot 112 \cdot 2350 / 1,1 = 191400 \text{ daN}$; la verifica è soddisfatta, dato che

$$N_{Sd} \leq N_{bRd}$$

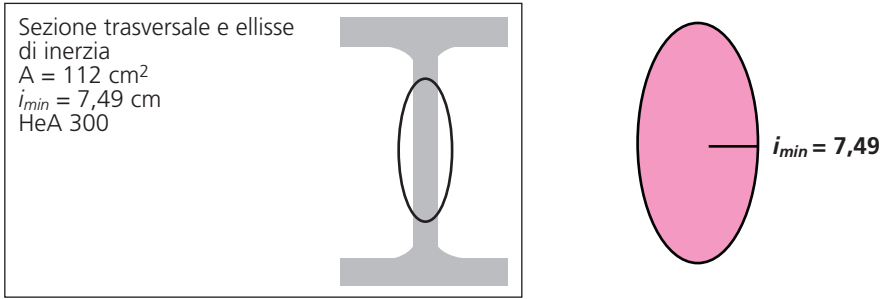


Figura 4.8 Ellisse di inerzia per He A300.

I dati della sezione sono stati desunti dalle tabelle delle sezioni fornite dalla Italsider, riportati nel volume al cap. 13.

Nella tabella di χ si entra con la snellezza adimensionale $\underline{\lambda}$ così definita e variabile a seconda del tipo di profilo.

4.2.4 Riepilogo

$$N_{Sd} \leq N_{b Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd}$$

In cui χ è un coefficiente di riduzione ricavabile dal prospetto 5.5.2 in funzione della snellezza dell'asta; il pedice b indica "bukling" (instabilizzazione).

$$\lambda = l_0 / i_{min}$$

- $l_0 = l$ per asta con cerniere alle due estremità
- $l_0 = 0,75 l$ per asta con incastri alle due estremità
- $l_0 = 2 l$ per asta a mensola con un solo incastro

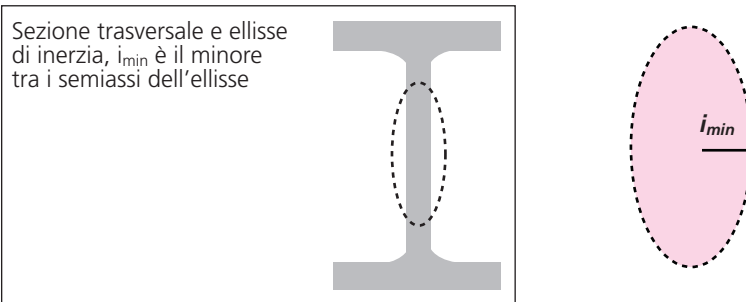


Figura 4.9 Ellisse di inerzia per un profilo a doppio T.

Nella tabella si entra con la snellezza adimensionale così definita e variabile a seconda del tipo di acciaio: $\underline{\lambda} = \lambda / l_1$; con $\lambda / l_1 = \pi(E/f_y)^{0,5}$, per cui:

- $\underline{\lambda} = \lambda / 93,9$ per S 235
- $\underline{\lambda} = \lambda / 86,8$ per S 275
- $\underline{\lambda} = \lambda / 76,4$ per S 355

4.2.5 Curva di instabilità di riferimento per una sezione trasversale

prosp 5.5.3 EC3.1

Si applica per stabilire a quale curva di comportamento riferirsi per entrare nella tabella o per il calcolo del coefficiente α .

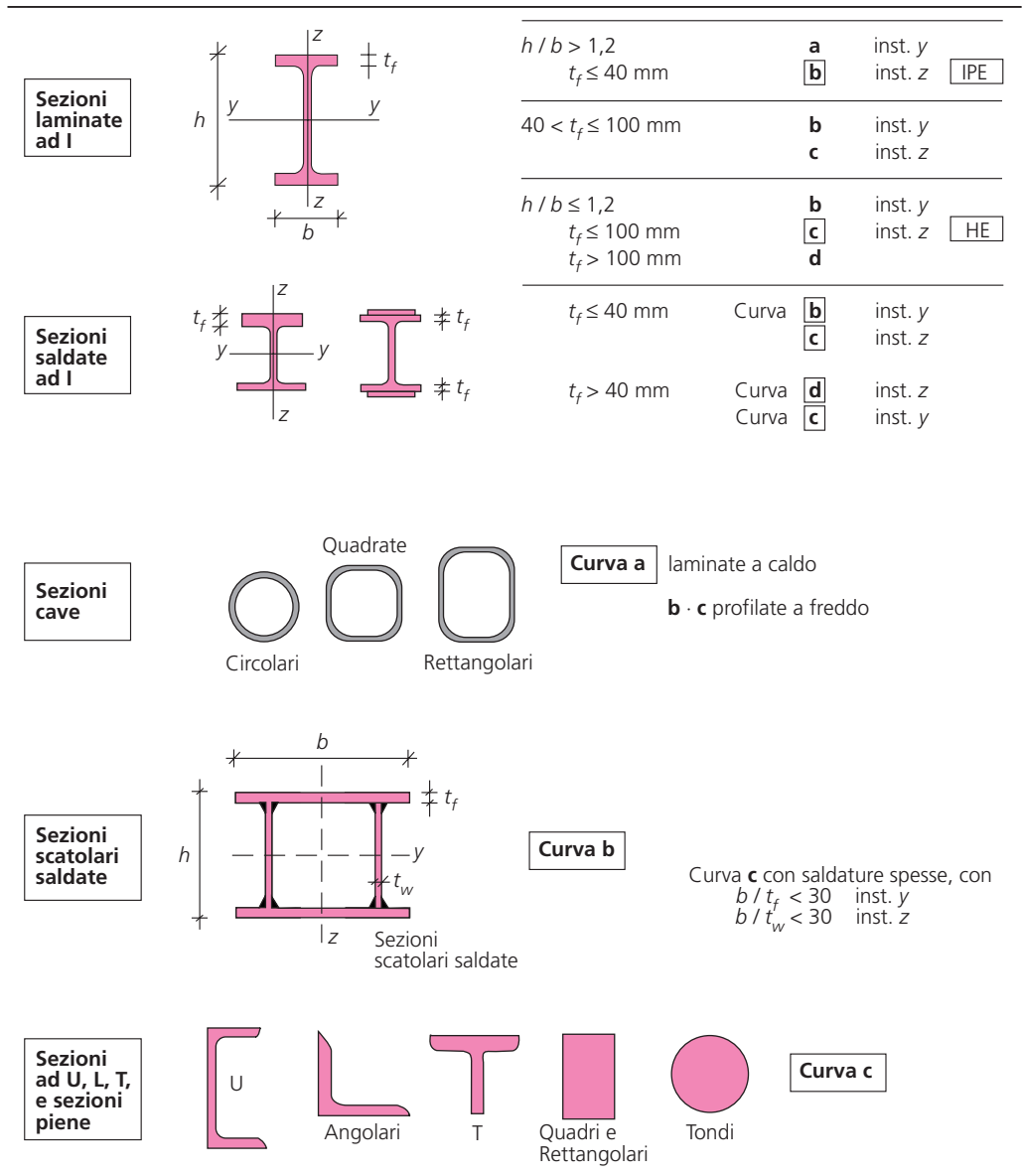
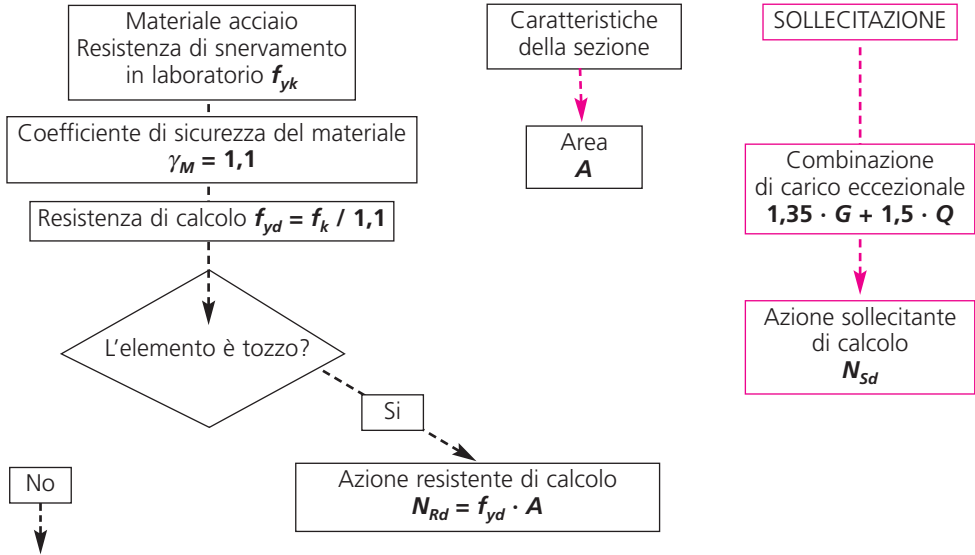


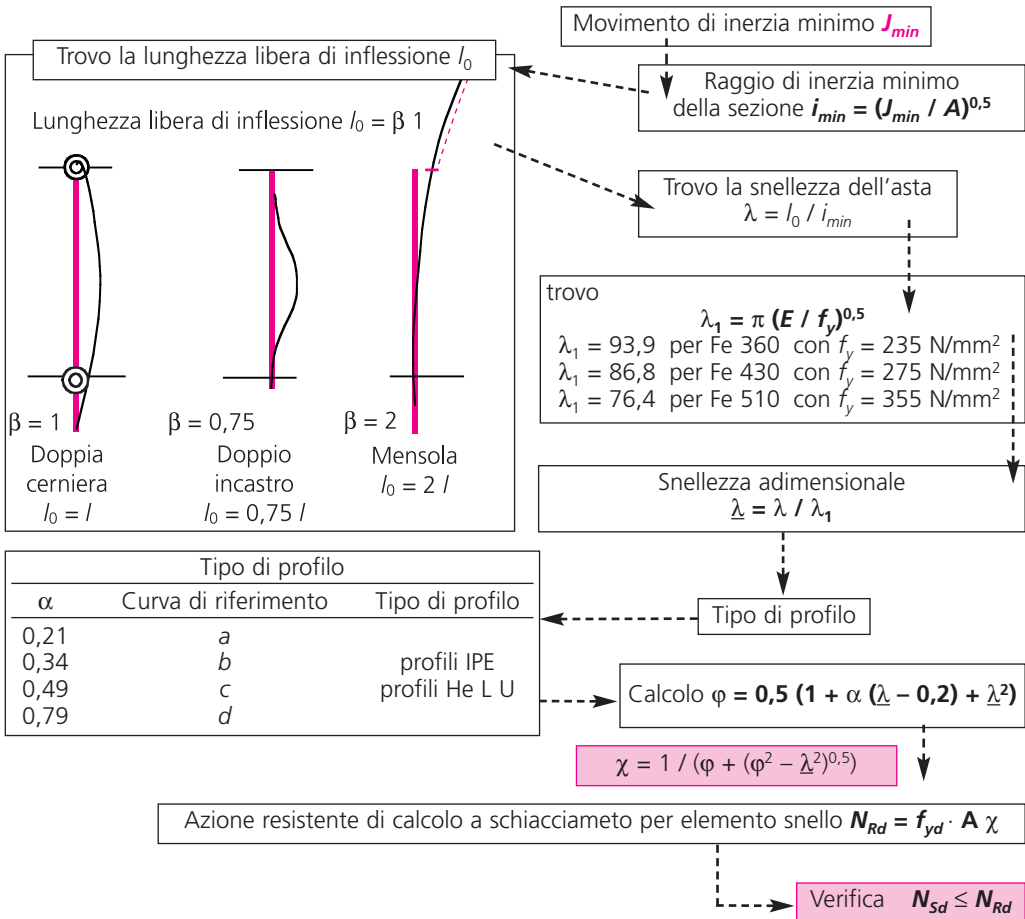
Figura 4.10

4.2.6 Diagramma di flusso logico da seguire

– **PRIMA PARTE** che comprende la verifica dell'elemento a compressione senza pericolo di instabilità laterale per carico i punta.



– **SECONDA PARTE:** correzione per pericolo di carico di punta.



4.3 Momento flettente

Par. 5.4.5 EC3

Quando una sezione è sollecitata da un momento flettente relativamente piccolo, essa rimane tutta in campo elastico, poiché le tensioni che sono provocate da tale situazione sono tutte al di sotto della tensione di snervamento. Il diagramma delle tensioni ha la forma caratteristica a farfalla illustrata a sinistra nella figura seguente.

Le tensioni in una generica fibra della trave si calcolano con la formula di Navier, in cui M è il momento sollecitante la sezione, z è la distanza dall'asse neutro dalla fibra in cui si cerca la tensione e J è il momento di inerzia della sezione rispetto all'asse neutro.

$$\sigma = M \cdot z / I$$

Al crescere del momento flettente nella fibra più impegnata si raggiunge la tensione di snervamento. Tale situazione rappresenta uno stato limite per la sezione, in quanto il raggiungimento della tensione di snervamento in almeno una fibra è un forte segnale di imminente crisi della sezione. Dopo tale situazione limite di snervamento il momento può ancora crescere, portando alla tensione di snervamento buona parte delle fibre della sezione della trave. Nella figura viene rappresentata la situazione di stato limite ultimo di completa plasticizzazione riportando schematicamente sia le fibre della zona tesa che le fibre della zona compressa completamente snervate.

Tra i due stati limite può intervenire un altro stato limite connesso con la possibile instabilizzazione di parti della sezione sotto tensioni elevate soprattutto di compressione; tale evenienza si verifica principalmente quando le parti della sezione sono molto esili.

Quando la sezione non fa temere possibili instabilizzazioni locali, lo stato limite ultimo è quello di completa plasticizzazione, mentre in caso contrario lo stato limite ultimo della sezione viene limitato a quello di snervamento.

Tra il momento che induce lo stato limite di snervamento e quello che induce lo SLU non vi è però una grande differenza, poiché i profili normalizzati hanno un'anima molto esile e quindi non occorre molta energia per plasticizzarla completamente.

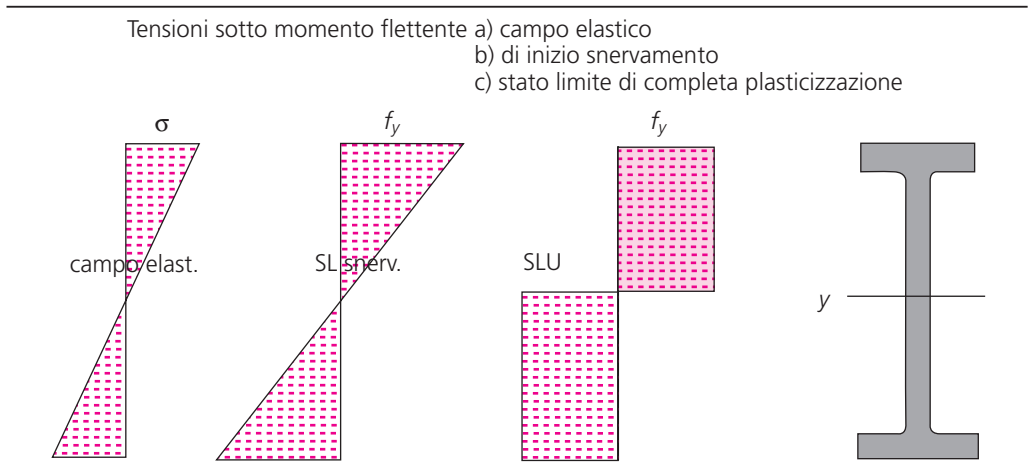


Figura 4.11 Tensioni al crescere del momento flettente M_y .

Alcune sezioni, successivamente al raggiungimento della tensione di snervamento nelle fibre più lontane, presentano sperimentalmente probabili instabilizzazioni locali a causa della esilità dei piatti che costituiscono il profilo.

Per tali sezioni si evita la possibilità di instabilità locali limitando il momento sollecitante al momento che porta allo snervamento delle fibre estreme, ovvero si fa riferimento allo stato limite di snervamento.

4.3.1 Momento di snervamento di calcolo

Il momento resistente di calcolo che porta al **raggiungimento della tensione di snervamento di calcolo** sul lembo più lontano si ricava dalla formula seguente:

$$M_{Rd} = W \cdot f_{yd}$$

detto anche M_{Rdy}

pari al prodotto tra il modulo di resistenza elastico ($W = I / y_{\max}$) e la tensione di snervamento di calcolo.

Se la sezione è ben proporzionata nelle sue parti, nelle prove sperimentali non si sono verificate instabilità locali tra momenti sollecitanti di snervamento e di completa plasticizzazione.

4.3.2 Momento di completa plasticizzazione

Lo **stato limite ultimo** di riferimento è quello di **completa plasticizzazione dell'intera sezione** si usa la formula seguente, calcolata in base al diagramma a destra nella figura precedente:

$$M_{Rd} = 2 \cdot S \cdot f_{yd}$$

= detto anche $M_{\text{completa plasticizzazione}}$, ovvero

$$M_{Rd pl}$$

pari al prodotto tra il modulo di resistenza plastico ($= 2 S$) e la tensione di snervamento di calcolo, dove S è il momento statico di mezza sezione rispetto all'asse baricentrico o asse neutro.

Verifica di una sezione inflessa

$$M_{Sd} \leq M_{Rd}$$

Ad esempio per un **IPE 200**

$$M_{Rdy} = W_x \cdot f_{yd} = 194 \cdot f_{yd}$$

$$M_{Rd pl} = 2 S_x \cdot f_{yd} = 110 \cdot 2 \cdot f_{yd}$$

$$N_{Rd} = A \cdot f_{yd} = 28,5 \cdot f_{yd}$$

$$\text{Fe 360} \quad M_{Rdy} = W_x \cdot f_{yd} = 194 \cdot 2350 / 1,1 = 414454 \text{ daN cm} = 41 \text{ kN m}$$

$$M_{Rd pl} = 2 S_x \cdot f_{yd} = 110 \cdot 2 \cdot 2350 / 1,1 = 47 \text{ kN m}$$

$$N_{Rd} = A \cdot f_{yd} = 28,5 \cdot 2350 / 1,1 = 610 \text{ kN.}$$

4.3.3 Diagrammi al crescere della sollecitazione flettente

Per una trave sollecitata come in figura, al crescere della sollecitazione di momento flettente, che sollecita la sezione, si ottiene un livello di sollecitazione sempre più impegnativo.



Figura 4.12 Deformazione trave inflessa.

Per sollecitazioni contenute il diagramma è lineare e il materiale rimane tutto in campo elastico. Il momento flettente si traduce in una coppia di forze interne, rappresentate in figura nella sola risultante delle forze tese.

Fino a quando non si raggiunge la tensione di snervamento nella fibra più estrema, il diagramma è lineare; raggiunto lo snervamento al crescere della sollecitazione di momento la sezione continua a ruotare. Il diagramma delle tensioni presenta una zona elasticizzata nella zona tesa e nella zona compressa nelle parti in cui è stato raggiunto lo snervamento.

Con il raggiungimento del limite di snervamento nelle fibre estreme, la risultante delle trazioni diventa sempre più vicina all'asse neutro.

Quando la plasticizzazione interessa in pratica tutta la sezione si esaurisce la capacità della sezione di assorbire azioni flettenti.

Naturalmente il diagramma completamente elasticizzato è un caso limite, poiché la completa plasticizzazione spesso non si raggiunge nella realtà.

In corrispondenza di completa plasticizzazione, la situazione tensionale delle fibre è quella illustrata nella figura successiva.

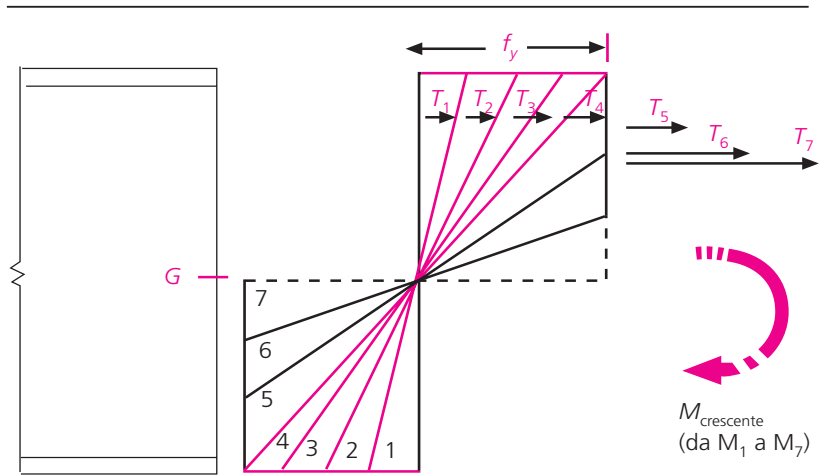


Figura 4.13 Diagrammi delle tensioni con momento crescente.

In figura si illustra la situazione tensionale della sezione completamente plasticizzata, con le risultanti T pari all'area di competenza per la tensione di snervamento.

Il momento di completa plasticizzazione è pari a T per il braccio interno.

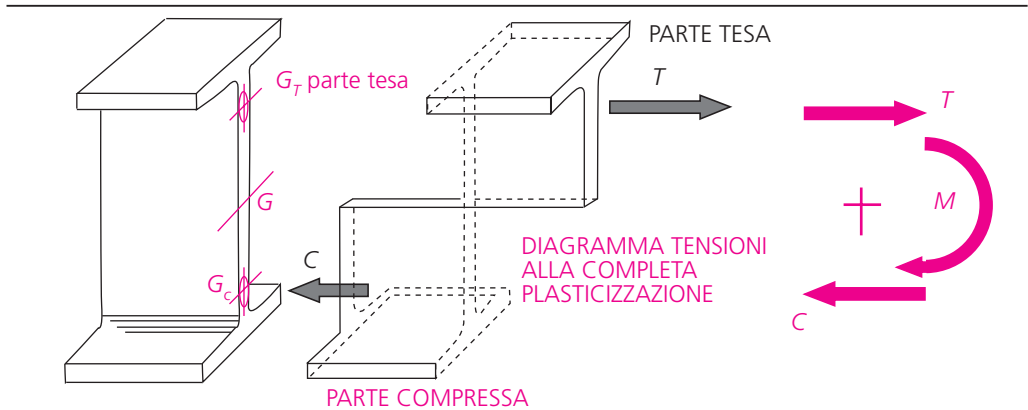


Figura 4.14 Tensioni con momento di plasticizzazione.

Come è stato osservato in precedenza non vi è una marcata differenza tra i momenti di primo snervamento e quello di completa plasticizzazione per profili normalizzati a causa delle anime molto sottili appositamente ottimizzate nello spessore per minimizzare il peso e il razionale impiego dei profili.

Per una sezione rettangolare compatta, invece, vi è una marcata differenza tra il momento che induce il primo snervamento e il momento che riesce a plasticizzare l'intera sezione.

Per una sezione rettangolare di dimensioni b (larghezza) e h (altezza) si ottiene per il modulo di resistenza elastico $W = bh^2 / 6$ mentre il 'modulo di plasticizzazione' è $2S = 2 (b / 2) \cdot (h / 2) \cdot (h / 4)$.

Per esempio per una sezione rettangolare di larghezza $b = 100 \text{ mm}$ e $h = 200 \text{ mm}$ si otterrebbero

$$W = b \cdot h^2 / 6 = 666 \text{ cm}^3$$

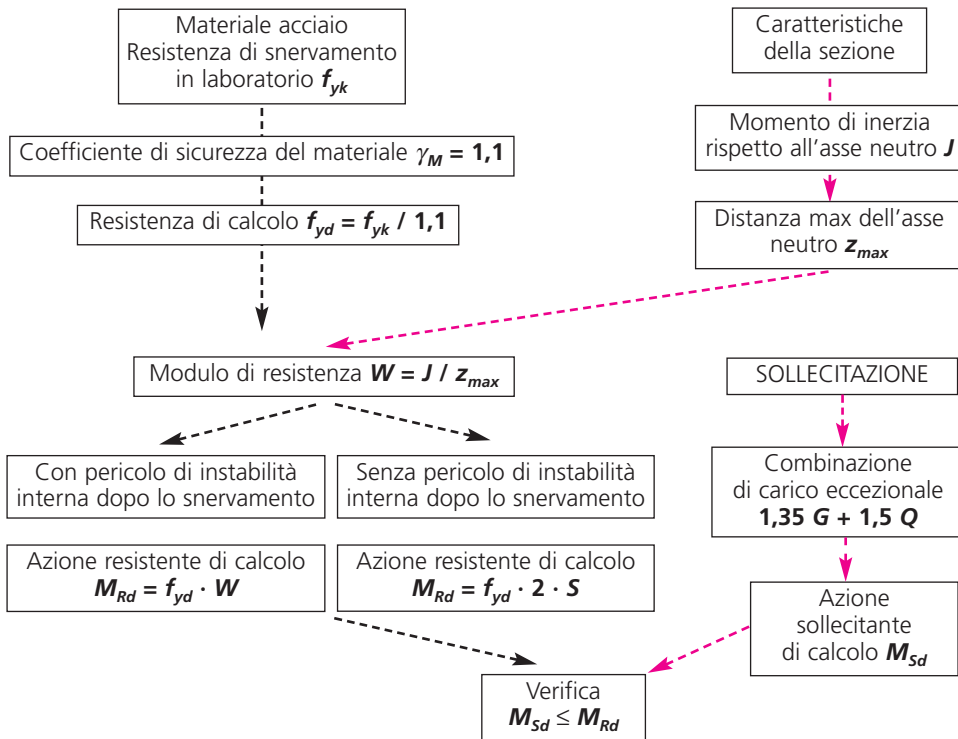
$$2S = 2 (b) \cdot (h / 2) \cdot (h / 4) = 1000 \text{ cm}^3$$

con materiale *Fe 360* (S235)

$$M_{Rdy} = W_x \cdot f_{yd} = 666 \cdot 2350 / 1,1 = 1422818 \text{ daN cm} = 142 \text{ kN m}$$

$$M_{Rdpl} = 2 S_x \cdot f_{yd} = 1000 \cdot 2350 / 1,1 = 213 \text{ kN m}$$

4.3.4 Diagramma di flusso logico da seguire



4.4 Flessione e forza assiale

par. 5.4.8 EC3.1

Per le sezioni trasversali soggette a presso-flessioni di classe 1 e 2 il criterio da soddisfare in assenza di azione tagliante è:

$$M_{Sd} \leq M_{N,Rd}$$